

## **ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОВЛАГООБМЕНА В ГРУНТАХ И АТМОСФЕРНОМ ВОЗДУХЕ В УСЛОВИЯХ ПЕЩЕРНОГО КОМПЛЕКСА КИЕВО-ПЕЧЕРСКОЙ ЛАВРЫ**

**А. Б. Ситников**

*Институт геологических наук НАН Украины, Киев, Украина, E-mail: geoj@bigmir.net  
Доктор геолого-минералогических наук, профессор, заведующий лабораторией техногенной гидрогеологии.*

Теоретическое обоснование параметров процессов и явлений весьма важно для подтверждения достоверности их количественных значений, а также более широкой применимости механизмов изучаемых процессов. Согласно существующим законам (механизмам) состояния влаги и температуры грунтов и воздушного пространства пещер Киево-Печерской Лавры, основными параметрами являются коэффициенты диффузии парообразной влаги, испарения, вязкости, удельной теплоты парообразования, влагопереноса и др. На основании классических кинетических газовых и термодинамических законов, а также предлагаемых нами изначальных предположений удалось доказать взаимосвязь между указанными коэффициентами.

*Ключевые слова:* законы, состояния, параметры влагообмена, движущие силы, влагоперенос, испарение, теплопроводность, диффузия, молярный перенос.

## **THE THEORETICAL JUSTIFICATION FOR THE HEAT-MOISTURE EXCHANGE PARAMETERS IN SOILS AND ATMOSPHERIC AIR UNDER THE CONDITIONS OF CAVE COMPLEX OF KIEV-PECHERSK LAVRA**

**A. B. Sitnikov**

*Institute of Geological Sciences of NAS of Ukraine, Kiev, Ukraine, E-mail: geoj@bigmir.net  
Doctor of geological-mineralogical sciences, professor, chief of technogenic hydrogeology laboratory.*

The theoretical justification for the parameters of the processes and phenomena is significant for the validation of their values as well as wider application of the mechanisms of the processes under study. According to the accepted laws (mechanisms) for humidity conditions, soil temperature and air in the caves of Kiev-Pechersk Lavra the main parameters are the coefficients of diffusion for vaporous water, evaporation, viscosity, specific heat of evaporation, moisture transfer etc. Using classical kinetic gas laws and thermodynamic ones as well as the proposed initial prerequisites we have proved the interrelation among the above coefficients.

*Key words:* laws, conditions, moisture exchange parameters, driving forces, moisture transfer, evaporation, thermal conductivity, diffusion, molar transfer.

## **ТЕОРЕТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕПЛОВОЛОГООБМІНУ У ГРУНТАХ ТА АТМОСФЕРНОМУ ПОВІТРІ В УМОВАХ ПЕЩЕРНОГО КОМПЛЕКСУ КИЄВО-ПЕЧЕРСЬКОЇ ЛАВРИ**

**А. Б. Ситніков**

*Институт геологічних наук НАН України, Україна, Київ, E-mail: geoj@bigmir.net  
Доктор геолого-мінералогічних наук, професор, завідувач лабораторії техногенної гідрогеології.*

Теоретичне обґрунтування параметрів процесів і явищ дуже важливе для підтвердження достовірності їх кількісних значень, а також більш широкого застосування механізмів процесів, що вивчаються. Згідно з існуючими законами (механізмами) стану вологи та температури ґрунтів і повітряного простору печер Києво-Печерської Лаври, основними параметрами є коефіцієнти дифузії пароподібної вологи, випаровування, в'язкості, питомої теплоти пароутворення, вологопереносу та ін. На основі класичних кінетичних газових і термодинамічних законів, а також запропонованих нами початкових передумов простежено взаємозв'язок між вказаними коефіцієнтами.

*Ключові слова:* закони, стан, параметри вологообміну, рушійні сили, вологоперенос, випаровування, теплопровідність, дифузія, молярний перенос.

Под параметром подразумеваем известные постоянные физические величины или зависимости в законах (механизмах) состояния, в частности коэффициенты, увязывающие характеристику состояния веществ (обычно массовую или линейную скорость, в том числе перенос тепла, тепловое, массовое или объемное содержание веществ) с так называемыми действующими (движущими) силами (градиентами их). В законах Дарси и Фика – это коэффициенты фильтрации и диффузии [Винников, Проскуряков, 1988; Ситников, 2010]. Под законом (механизмом) имеем в виду постоянную в пространственно-временном отношении, идеализированную (без ошибок), детерминированную (причинную со 100%-ной вероятностью), изначальную для исследований одно- или многочленную функциональную зависимость определенного состояния вещества (объемных или массовых содержаний, теплоты, скоростей движения, расходов) от воздействующих сил разного происхождения, эмпирически подтвержденную и пригодную для решения широкого круга задач. Физическая величина – характеристика физических объектов или явлений материального мира, общая для множества объектов и явлений в качественном отношении, но индивидуальная в количественном отношении для каждого из них. В общем случае она обладает названием, физико-химической сутью, размером (числом), размерностью, пространственно-временными координатами, тензорами разного ранга (в частности, скалярностью и векторностью), а также рядом специфических свойств (интенсивностью и экстенсивностью, аддитивностью, коммутативностью, монотонностью, ассоциативностью сложения и др.) и, наконец, символическими обозначениями [Винников, Проскуряков, 1988; Ситников, 2010].

В настоящее время имеются многочисленные функциональные зависимости, поз-

воляющие с определенной погрешностью оценить состояние любых веществ в земных условиях, в частности жидких и газообразных, одно- и многокомпонентных (растворов), находящихся в гомогенных (например, воздух, вода) и гетерогенных средах (например, трехфазных пористо-трещиноватых ґрунтах), открытых для внешнего приноса вещества и теплоты с учетом воздействия разных поверхностных и массовых сил (в частности, гравитационных) и температурного влияния в случае переноса теплоты.

Обратим внимание, что первопричиной массового движения, согласно Ньютону, являются именно силы, точнее, градиент давлений или сил тяжести, а перенос теплоты, согласно Фурье, – градиент температуры. Для обоснования со 100%-ной достоверностью одинакового усредненного значения какого-либо свойства в пространстве и времени требуется конкретный репрезентативный, например, так называемый компетентный элементарный объем (или время), не равный нулю. Это утверждение следует из предположения о молекулярном строении веществ, точнее, из вечного хаотического движения этих элементарных частиц, которые при определенном их количестве позволяют оценить, в частности, среднюю арифметическую скорость движения согласно теоретическим утверждениям Больцмана и Максвелла, а также экспериментам О. Штерна [Физический..., 1984]. Кстати, предложенная Максвеллом экспоненциальная функция ( $e^x$ ) как достаточно сложная и математически легко дифференцируемая для описания состояния природной среды является выдающимся открытием.

В общем случае исследуемые процессы и явления тепломассообмена многофакторные, неоднородные и довольно сложно математически описываются. Все же в реальных конкретных условиях часто их можно описать

сравнительно простыми зависимостями, обеспечивающими допустимую точность. На это указывает также так называемый принцип Ле-Шателье – Брауна [Физический..., 1984], который устанавливает, что внешнее воздействие, выводящее систему из состояния термодинамического равновесия, вызывает в системе процессы, стремящиеся ослабить эффект воздействия. Отсюда следует также, что природа многофакторного воздействия ограничивается несколькими факторами, взаимно компенсируя иные.

В природных условиях надо оценивать влияние отдельного фактора с учетом его взаимосвязи с другими, а это при реальных конкретных пространственно-временных изменениях состояния среды трудно осуществимо, поэтому эксперименты надо сопровождать теоретическими выводами. При этом теоретические доказательства позволяют значительно расширить диапазон применимости рекомендуемых законов (механизмов), а также общих уравнений, учитывающих эти законы, и, в свою очередь, соответствующих параметров.

Конечно, теоретическое построение и эксперименты должны отвечать рекомендуемой нами критериальной оценке достоверности (истинности). То есть достоверными (подлинными) являются те исследуемые величины, для которых выяснена (осмыслена) физико-химическая сущность; доказана 100%-ная причинная обусловленность (детерминизм); охарактеризованы компетентные элементарные размеры (объемы, времена); контролируется точность опытных определений (наблюдений и экспериментов), а также вычислительных операций по обработке результатов проведенных изысканий и методов прогнозирования.

Чтобы охарактеризовать некоторые теоретические аспекты, целесообразно проанализировать предлагаемый нами общий для всех веществ закон скорости движения для «К»-компоненты или всего раствора (смеси газов) с учетом высказанных ранее основных предпосылок в виде таких формул [Ситников, 2010]:

$$\rho \cdot \vartheta_{\text{ист}} = \beta_{\text{ист}} \cdot W_i \cdot K_{\text{тр}} \cdot F_{\text{тр}},$$

$$\vartheta_{\text{ист}} = \frac{K_{\text{тр}}}{\rho} \cdot \beta_{\text{ист}} \cdot W_i \cdot F_{\text{тр}}.$$

Здесь непотенциальная сила внутреннего трения ( $F_{\text{тр}}$ ), направленная вдоль движения противоположно градиенту давления, равняется алгебраической сумме следующих силовых функций так называемых движущих сил:

$$F_{\text{тр}} = - \left( \frac{\partial \vartheta_{\text{ист}}}{\partial t} + \frac{\vartheta_{\text{ист}} \cdot \text{grad}(\rho \cdot \vartheta_{\text{ист}})}{\rho} + \frac{\text{grad } p}{\rho} + \text{grad}(g \cdot z) + \frac{\vartheta_{\text{ист}} \cdot j}{W_i \cdot \rho} \right), \gamma = \rho \cdot g,$$

где  $F_{\text{тр}}$  – непотенциальная сила внутреннего трения, м/с<sup>2</sup>;  $\rho$  – плотность «К»-компоненты или всего раствора, кг/м<sup>3</sup>;  $\vartheta_{\text{ист}}$  – истинная скорость вещества, м/с;  $p$  – давление всего раствора (смеси) или растворенной «К»-компоненты, Па, кг/м с<sup>2</sup>;  $j$  – источник массоизменения «К» вещества или всего раствора, кг/м<sup>3</sup> с;  $W_i$  – объемное содержание всего раствора (смеси), б/р;  $K_{\text{тр}}$  – так называемый условный обобщенный коэффициент трения, кг с/м<sup>3</sup>;  $\beta_{\text{ист}}$  – некоторый поправочный коэффициент, б/р;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\gamma$  – удельный вес, н/м<sup>3</sup>.

Согласно этому общему закону основной движущей силой является непотенциальная сила внутреннего трения, практически в природных условиях неопределяемая. Именно она главенствует для неравновесного массопереноса веществ, потому что указывает на проявление трения, свойственного реальным процессам. В последнем уравнении мы оценили движущие силы косвенным образом, определив силу трения  $F_{\text{тр}}$  из всеобщего уравнения количества движения (импульса сил), получив тем самым возможность использовать подлежащие определению (в том числе осмыслению) основные движущие силы [Ситников, 2010].

Одновременно и равноценно воздействие указанных движущих сил никогда не проявляется. Обычно проявляется одна, две, максимум три силы. Это можно проверить, оценив каждую движущую силу в отдельности. Так, в условиях пещерного комплекса можно подтвердить с точностью менее 1% от истинного значения лишь  $\text{grad} + g \cdot \rho$ . Принципиально это можно предвзительно оценить, применив критерии подобия в виде так называемых критических чисел [Физический..., 1984]. Например, критическое число Рейнольдса ( $Re$ )<sub>кр</sub>

для разграничения ламинарного и турбулентного движения воды; критическое число Шмидта  $(S_0)_{кр}$  для оценки роли диффузии на молекулярном уровне по сравнению с динамической вязкостью при адвекции; критическое число Прадла  $(Pr)_{кр}$  для оценки молекулярной теплопроводности по сравнению с молярной и иные критерии – Нуссельта, Маха, Эйлера, Фруда, Ньютона, Фурье и др. Отметим, что из-за проявления значимости движущих сил разной природы и особенностей проводящей среды исследуемые процессы в физике приобрели такие названия: безинерционные, баротропные (плотность изменяется только от давления), турбулентное движение (вызываемое вязкостью и чрезмерным проявлением сил  $\frac{\vartheta^2}{2g}$ ), вязкостное движение, диффузия, свободная и вынужденная конвекция, термодиффузия, седиментация и пр.

Преыдущее рассуждение касается также процессов теплопереноса и теплообмена.

Теперь приступим к теоретическому обоснованию параметров тепловлагопереноса в грунтах и атмосферном воздухе, ограничившись главнейшими из них и особенностью условий пещерного комплекса Киево-Печерской Лавры. За основу примем работы [Рыбин и др., 1991; Ситников, 2010; Ситников, 2014; Ситников, Зильбербрандт, 1989; Физический..., 1984]. Согласно этим литературным источникам, прежде всего выделим классические законы переноса массы и теплоты с характерными параметрами: Фурье (для теплопереноса с коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ ); Дарси (для фильтрации при полном насыщении грунтов водою с постоянным коэффициентом фильтрации  $K_f$ ); Фика (для концентрационной диффузии с коэффициентом диффузии  $D$ ); обобщенного закона нелинейного влагопереноса и фильтрации в насыщенно-ненасыщенных грунтах с нелинейным коэффициентом конвективного переноса  $K_p \left( \frac{p_{вс}}{\gamma_p} \right)$ ;

трехчленного закона движения паробразной влаги с коэффициентом диффузии ( $D_n$ ) и коэффициентом ( $K_n$ ); испарения с поверхности жидкого водного раствора и грунтов

с коэффициентом ( $K_{исп}$ ); Ньютона о вязкости с коэффициентом динамической вязкости ( $\eta$ ). Эти классические законы дополним известным законом идеального газа Клапейрона-Менделеева с учетом поправки Ван-дер-Ваальса для реальных газов, законом Кельвина-Клапейрона, увязывающим равновесную относительную влажность воздуха с концентрацией и кривизной поверхности жидкого водного раствора; законом Клапейрона-Клаузиуса с коэффициентом удельной теплоты испарения (конденсации) ( $r$ ) и производной от функции давления насыщенной влаги воздуха от температуры; термодинамического закона равенства отношений изменения давления веществ к их плотности при равенстве температур веществ и их взаимном равновесии [Ситников, 2010; Ситников, 2014; Физический..., 1984]; изменение химического потенциала веществ, приведенного к мольной массе и учитывающего изменение теплоты и механической работы, точнее, изменение температуры при удельной энтропии и изменение давления при плотности (энтропия предусматривает учет удельных теплоемкостей при постоянном объеме ( $c_v$ ) или давлении ( $c_p$ )).

Из кинетической теории газов следует, что коэффициент диффузии газов равен [Гороновский, 1987; Физический..., 1984]:

$$D_0 = \frac{1}{3} \bar{\ell}_{своб} \cdot \bar{\vartheta}_{ср}, \text{ при этом } \bar{\ell}_{своб} = \frac{1}{4\sqrt{2} \pi r_{мол}^2 \cdot n_0}, \bar{\vartheta}_{ср} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_{мол}}},$$

$$n_0 = \frac{N_A}{V_m}, m_{мол} = \frac{M}{N_A},$$

$$V_m = \frac{RT}{p}, D = D_0 \left( \frac{T}{273,15} \right)^\alpha,$$

где  $D_0$  – коэффициент диффузии при  $T = 273,15$  К и  $p_{атм} = 101325$  Па, м<sup>2</sup>/с;  $T$  – абсолютная температура, К;  $\bar{\ell}_{своб}$  – длина свободного пробега элементарных частиц (молекул) газа, м;  $\bar{\vartheta}_{ср}$  – среднеарифметическая скорость молекул газа, м/с;  $r_{мол}$  – радиус молекул газа, м;  $n_0$  – число Лосшмидта, 1/м<sup>3</sup>;  $k$  – постоянная Больцмана, Дж/к;  $m_{мол}$  – масса молекулы газа, кг;  $V_m$  – молярный объем

идеального газа при 273,15 К, м<sup>3</sup>/моль;  $p_{\text{атм}}^0$  – давление, равное 101325 Па, кг/м с<sup>2</sup>;  $N_A$  – число Авогадро, 1/моль;  $M$  – молярная масса, кг/моль;  $R$  – универсальная газовая постоянная, Дж/моль · К;  $\alpha$  – некоторая константа, б/р.

Согласно кинетической теории газов [Ситников, 2010; Физический..., 1984], коэффициент диффузии ( $D$ ), динамическая вязкость ( $\eta$ ), кинематическая вязкость ( $\nu$ ) и коэффициент теплопроводности ( $\lambda$ ) взаимосвязаны. Так,  $\eta = \rho \cdot D_0$ ,  $\frac{\lambda}{\eta \cdot c_v} = 1$ ,  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ .

Более точная связь  $D_0 = \frac{\lambda}{\alpha \cdot \rho \cdot c_v}$ , где  $\rho$  –

плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $c_v$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме, Дж/кг;  $\alpha$  – некоторый безразмерный коэффициент, равный 2,5 – для одноатомного газа, 1,9 – для двухатомного, 1,5 ÷ 1,75 – для трехатомного. Взаимоопределяемость указанных параметров позволяет при известных плотностях ( $\rho$ ) и удельной теплоемкости ( $c_v$ ) оценить их по одному найденному опытным путем коэффициенту (параметру), как наиболее достоверному.

Согласно [Физический..., 1984], коэффициент теплопроводности газов обычно определяется по формуле

$$\lambda = \frac{ik}{3\pi^{3/2}d^2} \sqrt{\frac{RT}{M}},$$

где  $i$  – сумма поступательных и вращательных степеней свободы молекул (для двухатомного газа  $i = 5$ , для одноатомного  $i = 3$ );  $k$  – постоянная Больцмана, Дж/кг;  $M$  – молярная масса, кг/моль;  $T$  – абсолютная температура, К;  $d$  – эффективный диаметр молекул, м;  $R$  – универсальная газовая постоянная, Дж/моль · К. Связь коэффициента теплопроводности с удельной электропроводностью ( $\xi$ ) в металлах устанавливает

закон Видемана-Франца  $\frac{\lambda}{\xi} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k}{e}\right)^2 \cdot T$ ,

где  $e$  – заряд электрона [Физический..., 1984].

Теперь рассмотрим теоретически и практически оправданные законы скоростей подземной жидкой (точнее, жидкого

водного раствора) и парообразной влаги в пористом ненасыщенном грунте [Ситников, 2014], допустив, что  $\text{grad} = \frac{d}{d\ell}$ :

$$\mathcal{G}_p = -K_p \left( \frac{p_{\text{вс}}}{\gamma_p} \right) \cdot \left( \frac{\text{grad } p_{\text{вс}}}{\rho_p} + g \right) =$$

$$= -\frac{K_p \left( \frac{p_{\text{вс}}}{\gamma_p} \right)}{g} \cdot \frac{dp_{\text{вс}}}{d\ell \cdot \rho_p} - K_p \left( \frac{p_{\text{вс}}}{\gamma_p} \right),$$

$$\mathcal{G}_p = \beta_p \cdot W_p (\mathcal{G}_p)_{\text{ист}},$$

$$\mathcal{G}_n = -K_n \left( \frac{\text{grad } p_n}{\rho_n} + g \right) = -K_n \frac{dp_n}{d\ell \cdot \rho_n} -$$

$$-K_n \cdot g, \quad \gamma_p = \rho_p \cdot g, \quad \mathcal{G}_n = \beta_n \cdot W_n (\mathcal{G}_n)_{\text{ист}},$$

$$K_n = \frac{D_n M_{\text{H}_2\text{O}}}{RT}, \quad D_n = D_0 \left( \frac{T}{273,15} \right)^\alpha,$$

$$\alpha = 1,75 - 2,1.$$

При этом мы заведомо пренебрегли диффузией жидкой воды и считаем, что  $(\rho_{\text{H}_2\text{O}})_p = p_{\text{вс}} + p_{\text{хем}} + p_{\text{атм}}$ ,  $p_{\text{вс}} = p_p - p_{\text{атм}}$ ,  $(\rho_{\text{H}_2\text{O}})_p \approx \rho_p \approx \rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup> (3,98 °С). Обращаем внимание, что единичные расходы (приведенные к компетентному сечению грунта) жидкого раствора будут такими:  $q_p = (\rho_{\text{H}_2\text{O}})_p \cdot \mathcal{G}_p$ , а внутриводной парообразной влаги:  $q_n = \beta_n \cdot W_n \cdot \rho_n \mathcal{G}_n$ . Здесь  $W_n = W_{\text{пор}} - W_p$ ,  $W_{\text{пор}} = 1 - W_p =$

$$= \frac{\delta V_{\text{пор}}}{\delta V_{\text{гр}}}, \quad W_p = \frac{\delta V_p}{\delta V_{\text{гр}}}. \text{ Предыдущие обо-}$$

значения следующие:  $\mathcal{G}_p, \mathcal{G}_n$  – скорости влагопереноса в грунтах жидкого водного раствора и парообразной влаги, м/с;

$K_p \left( \frac{p_{\text{вс}}}{\gamma_p} \right)$  – эмпирический нелинейный ко-

эффициент переноса жидкого раствора в грунтах, м/с;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\rho_n$  – плотность парообразной влаги воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $(\rho_{\text{H}_2\text{O}})_p, \rho_{\text{H}_2\text{O}}, \rho_p = 1000$  кг/м<sup>3</sup> (3,98 °С) – плотности: воды в жидком растворе, чистой воды, жидкого

раствора, кг/м<sup>3</sup>;  $p_{атм}$ ,  $p_p$ ,  $(p_{H_2O})_p$ ,  $p_{хем}$ ,  $p_{вс}$  – давления: атмосферное, жидкого раствора, воды в жидком растворе, хемоосмотическое, избыточное всасывающие, Па;  $K_n$  – некоторый коэффициент, с;  $l$  – длина пути движения, м;  $q$  – единичные массовые расходы, кг/м<sup>2</sup> · с;  $W_n$ ,  $W_{пор}$ ,  $W_{тв}$  – относительное содержание (приведенное к компетентному объему грунта ( $\delta V_{гр}$ ) парообразной влаги, пор, твердой фазы грунта, б/р;  $D_n$  – коэффициент диффузии парообразной влаги при температуре  $T = 273,15$  К, м<sup>2</sup>/с;  $M_{H_2O}$  – молярная масса воды, равная  $18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

Максимальное значение обобщенного

нелинейного коэффициента  $K_p \left( \frac{p_{вс}}{\gamma_p} \right)$  при

фильтрации в полностью насыщенных жидкой влагой грунтах (при  $p_{вс} = 0$ ) равно постоянному коэффициенту фильтрации в законе

Дарси:  $K_{\phi} = K_{прон} \frac{\rho_p \cdot g}{\eta_p}$ , где  $K_{прон}$  – коэф-

фициент проницаемости, дарси ( $1 \text{ дарси} = 1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ );  $\eta_p$  – коэффициент динамической вязкости, равный  $\nu_p \cdot \rho_p$  ( $\nu_p$  – коэффициент кинетической вязкости, м<sup>2</sup>/с), кг/м · с.

В порах недонасыщенных водою грунтов так называемая подземная парообразная влага обычно находится в термодинамическом равновесии с водою сравнительно медленно движущегося жидкого раствора. Это значит, что при очевидном равенстве

температур  $\frac{d(p_{H_2O})_p}{(\rho_{H_2O})_p} = \frac{dp_{п}}{\rho_{п}} = \frac{dp_{вс}}{\gamma_p}$ . Тогда,

если  $K_p \left( \frac{p_{вс}}{\gamma_p} \right) = K_n \cdot g$ , то скорости  $\mathcal{G}_n = \mathcal{G}_p$ .

Следовательно, появляется возможность оценки взаимосвязи между коэффициен-

тами  $K_p \left( \frac{p_{вс}}{\gamma_p} \right) = K_n \cdot g = \frac{D_n M_{H_2O}}{RT} \cdot g$  при

известных  $T$ ,  $M_{H_2O} = 18,015 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $R = 8,3144$  Дж/моль К, а также оценки роли жидкой и парообразной влаги путем сравнения единичных их расходов.

Целесообразно также отметить, что, согласно работе [Ситников, 2010], так назы-

ваемое давление воды в жидком подземном растворе представляет собой алгебраическую сумму давлений разного генезиса:

$$(p_{H_2O})_p = p_{атм} + p_{хем} + p_{\sigma} + \sum_i^{10} p_i,$$

$$p_p = p_{атм} + p_{\sigma} + \sum_i^5 p_i,$$

где атм, хем,  $\sigma$  – индексы, указывающие на атмосферное давление; хемоосмотическое давление воды, скомпенсированное растворенными веществами; давление за счет

капиллярно-менисковых сил;  $\sum_i^5 p_i$  – сумма

$i$ -тых давлений разного генезиса, не имеющих практического значения. Из приведенного следует, что  $p_{вс} = p_p - p_{атм} = p_{\sigma}$  относится к чистой воде с  $\rho_{H_2O} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, а  $(p_{H_2O})_p - p_{атм} = p_{вс} + p_{хем}$  отражает главным образом менисковые силы и воздействие растворенных веществ. Отсюда при

$$\int_{p_{атм}}^{(p_{H_2O})_p} \frac{d(p_{H_2O})_p}{(\rho_{H_2O})_p} = \int_{(p_n)_0}^{p_n} \frac{dp_n}{\rho_n} = \frac{RT}{M_{H_2O}} \int_{(p_n)_0}^{p_0} \frac{dp_n}{p_n},$$

где  $(p_n)_0$  – давление насыщенного пара при  $p_{атм} = 101325$  Па и температуре  $T$  (К) чистой воды;  $(p_n)^*$  – равновесное давление насыщенного пара над жидким водным раствором при таком же давлении и температуре.

Значит,  $(p_{H_2O})_p - p_{атм} = p_{вс} + p_{хем} =$

$$= (\rho_{H_2O})_p \frac{RT}{M_{H_2O}} \ln \frac{p_{пp}}{(p_n)_0}.$$

Такая интерпретация давления воды в жидком растворе позволяет представить при  $p_{атм} = \text{const}$  обобщенный закон движения воды в грунтах более строго в виде:

$$\begin{aligned} (\mathcal{G}_{H_2O})_p &= -K_p \left( \frac{p_{вс}}{\gamma_p} \right) \cdot \left( \frac{\text{grad}(p_{H_2O})_p}{(\rho_{H_2O})_p \cdot g} + 1 \right) = \\ &= -K_p \left( \frac{p_{вс}}{\gamma_p} \right) \cdot \left[ \frac{d(p_{H_2O})_p}{d\ell \cdot (\rho_{H_2O})_p \cdot g} - K_p \left( \frac{p_{вс}}{\gamma_p} \right) \right]. \end{aligned}$$

В то же время закон испарения воды из гидрофильных грунтов, содержащих с вогнутой поверхностью мениски жидкого водного раствора, можно записать так:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\text{исп}} &= -\frac{K_{\text{исп}}}{\rho_p \cdot g} [p_{\text{эки}} - (p_{\text{вс}} + p_{\text{хем}})] = \\ &= -\frac{K_{\text{исп}}}{(\rho_{\text{H}_2\text{O}})_p \cdot g} d(p_{\text{H}_2\text{O}})_p = -\frac{K_{\text{исп}} dp_n}{g \cdot \rho_n}, \\ \text{учитывая, что } &\frac{d(p_{\text{H}_2\text{O}})_p}{(\rho_{\text{H}_2\text{O}})_p} = \frac{dp_n}{\rho_n}. \end{aligned}$$

Сравнивая закон испарения с законом влагопереноса в воздухе, допустив практически оправданную незначительную роль гравитационных сил (т. е.  $K_n \cdot g = 0$ ), получим

$$\frac{K_n}{d\ell} = \frac{K_{\text{исп}}}{g}.$$

Наконец, проанализируем уравнения Клапейрона-Клаузиуса, в частности фазового перехода жидкой чистой воды в паробразную, и наоборот:

$$r = \frac{Q_{\text{исп}}}{m} = T \cdot \frac{d(p_n)_0}{dT} \left( \frac{1}{(\rho_n)_0} - \frac{1}{\rho_{\text{ж}}} \right),$$

где  $T$  – температура изотермического перехода,  $K$ ;  $r$  – практически постоянная в пределах  $T = (5 \div 30)^\circ\text{C}$  удельная теплота парообразования, Дж/кг;  $(p_n)_0$ ,  $(\rho_n)_0$  – давление и плотность насыщенной паробразной влаги по точке росы, Па, кг/м<sup>3</sup>;  $Q_{\text{исп}}$  – теплота парообразования и конденсации, Дж. Особо выделим производную от функции давления насыщенного пара по температуре согласно кривой фазового равновесия, знак который определяется разницей объемов испарившегося жидкого и газообразного вещества. Так как  $\rho_{\text{ж}} \approx 1000$  кг/м<sup>3</sup>, а  $(\rho_n)_0 = [6,8(5^\circ\text{C}) \div 30,0(30^\circ\text{C})] \cdot 10^{-3}$  кг/м<sup>3</sup>, то

$$r = \frac{T d(p_n)_0}{(\rho_n)_0 dT} \text{ или } (\rho_n)_0 = \frac{m}{\delta V} = \frac{T d(p_n)_0}{r \cdot dT},$$

где  $\delta V$  – компетентный постоянный объем, м<sup>3</sup>.

Строгого теоретического решения эти уравнения не имеют. Поэтому рекомендуется использовать приближенные способы их решения. Мы предлагаем применять табличные эмпирические данные по абсолютной влажности по точке росы [Гороновский и др., 1987] и преобразованное исходное уравнение при допущении, что испарившаяся влага подчиняется закону идеального газа. Такой приближенный расчет можно

выполнить из последнего преобразованного уравнения, применив его конечноразностную аппроксимацию при условии, что  $T_1 \geq T \geq T_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{d(p_n)_0}{dT} &= \frac{RT}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \frac{d(\rho_n)_0}{dT} + \frac{R}{M_{\text{H}_2\text{O}}} d(\rho_n)_0 \cdot \frac{dT}{dT} = \\ &= \frac{RT}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \left\{ \frac{[(\rho_n)_0]_2 - [(\rho_n)_0]_1}{(T_2 - T_1)} + \frac{(\rho_n)_0}{T} \right\}, \end{aligned}$$

где  $T_2 \sim [(\rho_n)_0]_2$ ,  $T_1 \sim [(\rho_n)_0]_1$  – табличные значения температур и соответствующих им влажностей;  $T \sim (\rho_n)_0$  – изотермическая температура испарения (конденсации),  $K$  и соответствующая ей табличная абсолютная влажность (плотность) насыщенного пара, кг/м<sup>3</sup>. Несомненно, также можно использовать табличную эмпирическую зависимость  $(\rho_n)_0 \sim T$  [Таблицы..., 1976], тогда

$$\frac{d(p_n)_0}{dT} = \frac{[(\rho_n)_0]_2 - [(\rho_n)_0]_1}{(T_2 - T_1)}.$$

В заключение отметим, что проблемным теоретическим вопросом остается так называемый коэффициент турбулентной теплопроводности ( $\lambda_T$ ), значительно превышающий обычный  $\lambda$ . Экспериментальный путь его прямой оценки может быть осуществлен на изобретенном нами приборе [Ситников, Зильбербрандт, 1989]. Косвенный путь определения значений этого параметра связан с опытными режимными наблюдениями за градиентом температуры и дальнейшим решением обратных задач на основе известного дифференциального уравнения турбулентной теплопроводности с учетом сравнения с достоверно известным коэффициентом теплопроводности ( $\lambda$ ) для ламинарного движения по закону Фурье. Точнее, увеличение последнего указывает на влияние скорости воздуха. Несомненно, если достоверно известна скорость воздуха, то проблема оценки  $\lambda_T$  значительно упрощается, в частности, путем решения на основе математического моделирования. Напомним, что при этом желательно воспользоваться критическими числами, в частности критерием подобия Праддла ( $P_r$ )<sub>кр</sub>.

## Список литературы / References

1. Винников С.Д., Проскуряков Б.В. Гидрофизика. Ленинград : Гидрометеоиздат, 1988. 248 с.  
*Vinnikov S. D., Proskuriakov B. V. Hydrophysics. Leningrad : Hydrometeoizdat, 1988. 248 p. (in Russian).*
2. Гороновский И.Т., Назаренко Ю.П., Некряч Е.Ф. Краткий справочник по химии. Киев : Наук. думка, 1987. 829 с.  
*Horonovsky I. T., Nazarenko Yu. P., Nekriach Ye. F. Quick Reference Handbook of Chemistry. Kiev : Naukova Dumka, 1987. 829 p. (in Russian).*
3. Рыбин В.Ф., Скальский А.С., Куцыба В.А., Канарева О.С. Комплексные исследования с целью охраны ближних пещер. Киев, 1991. 53 с. (Препр. / Ин-т геол. наук АН УССР).  
*Rybin V.F., Skalsky A.S., Kutsyba V.A., Kanareva O.S., 1991. The integrated research for the purpose of the Near Caves protection. Working paper 53 p. Kiev: Institute of Geological Sciences of AS USSR (in Russian).*
4. Ситников А.Б. Вопросы миграции веществ в грунтах. Киев, 2010. 625 с.  
*Sitnikov A.B. Issues of substance migration in soils. Kiev, 2010. 625 p. (in Russian).*
5. Ситников А.Б. Научные основы влаго- и теплообмена в условиях пещерного комплекса Киево-Печерской Лавры. *Геол. журн.* 2014. № 1 (346). С. 81–91.
6. Ситников А.Б., Зильбербрандт М.М. А.с. 1497540 (СССР). Испаритель – конденсометр для определения параметров фазового перехода и паропереноса в воздухе. Опубл. 01.04.89. Бюл. № 6.  
*Sitnikov A.B., Zilberbrandt M.M. Author certificate 1497540 (SSSR). Evaporator – condenser to determine the parameters of phase transition and vapor transfer in air. Published on 01.04.89. Bulletin № 6 (in Russian).*
7. Таблицы физических величин. Справочник / под ред. акад. И.К. Кикоина. Москва : Атомиздат, 1976. 1008 с.  
*Tables of physical values. Handbook / Ed. academician I.K. Kikoin. Moscow : Atomizdat, 1976. 1008 p. (in Russian).*
8. Физический энциклопедический словарь. Москва : Советская энциклопедия, 1984. 944 с.  
*Physical encyclopedic dictionary. Moscow : Sovetskaya Entsiklopediya, 1984. 944 p. (in Russian).*

Статья поступила  
10.02.2014