

А. Б. Ситников, В. А. Ситникова

## ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ДЛЯ ОСАДОЧНЫХ ГРУНТОВ ОБОБЩЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ОБЪЕМНОГО ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ ОТ ВСАСЫВАЮЩЕГО ДАВЛЕНИЯ

Запропонована формула достовірної оцінки узагальненої нелінійної залежності об'ємного вологовмісту від усмоктуючого тиску в ненасичено-насичених ґрунтах, яка ґрунтується на застосуванні гранулометричного та мінерального складів з урахуванням того, що кожному  $j$ -му фракційному складу відповідають капілярні пори, які зумовлюють надлишковий тиск порової вологи. На прикладі рекомендованої залежності доводиться її достовірність (істинність) згідно із запропонованими ознаками (критеріями), а також ефективність її застосування у відповідності до розроблюваної концепції оптимістичних і песимістичних розв'язань.

It has been suggested the formula for the reliable estimate of the generalized non-linear relation between the volumetric moisture content and the suction pressure into moist unsaturated — saturated soil ground, which based on granulometric and mineral compositions of sediments with regard to that each  $j$  — fractional composition is attributed to the proper capillary pores stipulated the overpressure of porous moisture. Case study of such recommended relation proves its reliability (validity) according to the proposed features (criteria) as well as the efficiency of its application in correspondence with the developing conception for the optimistic and pessimistic decisions.

### Особенности предлагаемой методики

Рассматриваемая зависимость  $W_p(p_{вс})$  — это так называемая основная гидрофизическая функция (ОГФ), точнее, параметр, определяющий временное изменение содержания подземной влаги (воды), а именно жидкого порового раствора, в насыщенно-ненасыщенных горных породах. В то же время рассматриваемая ОГФ есть главнейшей составляющей рекомендуемой расчетной формулы обобщенного коэффициента влагопереноса и фильтрации насыщенно-ненасыщенных ґрунтов [18, 19]. По сути это резко нелинейный параметр конвективного переноса подземной воды, частным случаем которого является линейный закон фильтрации Дарси. Обращаем внимание, что учет указанных параметров, к тому же отражающих физико-химическую сущность влагопереноса, обязательно необходим для количественной оценки эпигнозного, существующего и прогнозного состояния подземных вод.

Учитывая исключительную важность ОГФ, попытаемся дополнительно и более подробно, чем в работе [18], осветить достоверность этого параметра согласно нашему толкованию с учетом рекомендуемой концепции оптимистического и пессимистического результатов расчетов.

Прежде всего кратко и более четко охарактеризуем суть расчета ОГФ, основанной на заполнении или осушении пор ґрунта, соответствующих какому-то  $j$ -му фракционному (гранулометрическому) составу осадочных отложений, учитывая, что такому  $j$ -му гранулометрическому составу отвечают капиллярные поры определенной кривизны, обуславливающей, в свою очередь, избыточное давление (всасывающее —  $p_{вс}$ ) поровой влаги, в частности, согласно уравнению Лапласа:

$$p_{вс} = p_p - p_{атм} = \pm \frac{\chi \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{(r_{кап})_{эф}},$$

где  $p_p$ ,  $p_{атм}$  — соответствующее давление порового жидкого раствора и атмосферное давление, кПа; "+" указывает на гидрофобность среды, "-" — на гидрофильность;  $\chi$  — безразмерный коэффициент, равный 1 для щелевых пор, 2 — для сферических;  $\theta$  — угол смачивания, практически равный нулю;  $\sigma$  — поверхностное натяжение "вода-воздух", зависящее от температуры  $\sigma = (75,64 - 0,15T^{\circ}C) \cdot 10^{-3}$  Н/м;  $(r_{кап})_{эф}$  — так называемый эффективный радиус капилляра, м.

Практически для гидрофильных ґрунтов

$$p_{вс} = -\alpha \frac{0,15}{(r_{кап})_{эф}} \text{ кПа, где } \alpha \text{ — поправочный}$$

© А. Б. Ситников, В. А. Ситникова, 2010

коэффициент, равный  $\alpha = \frac{1}{0,1 \div 1,0} = 10,0 \div 1,0$ ,

изменяющийся для сферических пор от 1,0 до 10 и учитывающий возможное изменение  $(r_{\text{кар}})_{\text{эф}}$  от  $0,1 r_{\text{та}}$  до  $1,0 r_{\text{та}}$ .

Как наиболее перспективная предлагается известная десятиинтервально-равномерная фракционная таблица со средними  $r_j$ , а также минимальными  $(r_{\text{мин}})_j$  и максимальными  $(r_{\text{макс}})_j$  размерами неоднородных твердых частиц (гранул), которым соответствуют определенные долевые (или процентные) значения их относительных объемов  $(G_{\text{та}})_j$  в единице компетентного объема грунта:

$$(G_{\text{та}})_j = \frac{(\delta V_{\text{та}})_j}{\delta V_{\text{та}}}, \quad \delta V_{\text{та}} = \sum_1^{10} (\delta V_{\text{та}})_j,$$

где  $\delta$  указывает на компетентность.

Тогда при  $(W_{\text{пор}})_j = (G_{\text{та}})_j \cdot W_{\text{пор}}$   $(W_p)_j = (W_p)_{j-1} - (W_{\text{пор}})_{j-1} = (W_p)_{j-1} - (G_{\text{та}})_{j-1} \cdot W_{\text{пор}}$ .

Обязательна фракция  $r_j < 0,0001 \text{ мм} = 10^{-7} \text{ м}$ , но необязательна  $r_j > 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$ .

В случае, когда влагосодержание грунта уменьшается от полного влагонасыщения  $W_p = W_{\text{пор}}$ , при котором  $P_{\text{вс}} = 0$ , точнее, при осушении пор, всасывающее давление определяется по  $(r_{\text{мин}})_{j-1}$  (минимальному) значению  $j$ -й фракции, а при насыщении — по  $(r_{\text{макс}})_{j+1}$  (максимальному). При этом  $(r_{\text{та}})_j$  используется для определения некоторой средней зависимости ОГФ.

Отметим, что в первом приближении можно оценить на молекулярном уровне, когда размер пустот и межчешуйчатых расстояний у глин  $(r_{\text{та}})_j \approx n \cdot 10^{-9} \text{ м}$ ,  $p_{\text{вс}} \approx -n \times 10^8 \text{ Па} = -n \cdot 10^2 \text{ МПа}$ , а ориентировочное количество химически связанной воды и объемное содержание молекулярных пустот определяются согласно структурным химическим формулам глинистых минералов [1].

Для типичных трещиноватых осадочных пород, если пофракционно оценены размеры трещин, то предлагаемая методика ОГФ также может быть принципиально применима. Отметим, что, судя по работе [12], в частности визуальным микроскопическим по шлихам и термовесовой методы могут дать приемлемые результаты, хотя авторы подобные исследования лично не проводили.

**Достоверность определений.** Под достоверностью мы понимаем следующее: обязательную физико-химическую и геологи-

ческую определенность; детерминизм, предусматривающий 100%-ную достоверность, точнее, вероятность, равную 1, применяемых законов, расчетных оценок и опытных определений; компетентность так называемых элементарных разного уровня размеров и времен; контролируемую точность выполняемых объемов опытных определений и расчетов с учетом прогнозных решений. Из такого понятия достоверности следуют термодинамическая, гидродинамическая и вычислительная устойчивость изучаемого объекта, а также пригодность применения оцениваемых параметров для реальных пространственно-временных миграционных процессов. Более подробно указанные требования освещены в работах [15, 16].

*Физико-химическая и геологическая определенность* прежде всего позволяет логически предугадать поведение определяемых величин, их крайне возможные значения, в частности исходных для оптимистического и пессимистического прогнозирования параметров, применяемых законов состояния изучаемой среды. Хотя этот признак достоверности имеет обычно качественный характер, он может косвенно подтвердить истинность наших исследований. Несомненно, его эффективность определяется глубиной наших знаний, в том числе профессиональной интуицией.

Без сомнения, физико-химическая суть рассматриваемой зависимости объемного содержания (ОГФ) очевидна согласно понятийной сущности этого термина. Однако целесообразно упомянуть о геологических, точнее, петрографических (литологических) особенностях осадочных отложений: в вещественном составе, структуре, классификациях, генезисе. С достаточной полнотой они освещены в работах [4, 9—13, 20]. Из приведенных в них классификаций видно, что к глинистым относятся частицы размером менее  $0,002 \text{ мм}$ , выделение которых производится обычно отмучиванием по скорости падения частиц в воде, определяемой по формуле Стокса. Эти частицы от всех более крупных отличаются по форме и минеральному составу. Преобладающую роль в их составе играют глинистые минералы, чаще всего водные силикаты. Форма таких частиц пластинчатая, чешуйчатая и листовая. Доказано, что именно у частиц менее

**Показательно-выборочная оценка дискретной обобщенной зависимости объемных влагосодержаний от всасывающих давлений для полидисперсных грунтов ( $\rho_{гв} = 2,64 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>)**

Р <sub>вс</sub> , кПа	Глина			Песок			Галька			Глина		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
$\alpha = 1,0$	$(r_{ср})_j, 10^{-3}, M$											
	$(r_{\max})_j, 10^{-3}, M$											
	$(r_{\min})_j, 10^{-3}, M$											
<p>Глина</p> $\delta V_{гв} = 10^{-4}, M^3; K_{неодн} = 125;$ $Ma^* = \sum(G_{гв})_j, j = 8, 14, \sigma^* = 2,20, \beta^* = 0,096;$ $Ma^* = \sum(G_{гв})_j, (r_{гв})_j = 1,8 \cdot 10^{-5}, M,$ $\sigma^* = 4,1 \cdot 10^{-5}, M;$ для $W_{гв} = 0,52, N_{гв} = 2,3 \cdot 10^9.$	$(W_{пор})_j, доли$											
	$W_{пор} = 0,48$											
	$W_{пор} = 0,25$											
	$(W_p)_j, доли$											
	$W_{пор} = 0,48$											
	$W_{пор} = 0,25$											
	$(N_{гв})_j$											
	$W_{гв} = 0,52$											
	$(G_{гв})_j, доли$											
	$W_{пор} = 0,48$											
<p>Суглинок легкий</p> $\delta V_{гв} = 10^{-3}, M^3; K_{неодн} = 2,8;$ $Ma^* = \sum(G_{гв})_j, j = 6, 0,$ $\sigma^* = 2,46, \beta^* = 0,145;$ для $W_{гв} = 0,60, N_{гв} = 8,2 \cdot 10^8;$ $Ma = \sum(W_p)_j \cdot j = 5,25,$ $\sigma = 2,07, \beta = 0,139;$ для $W_p = 0,4;$ $Ma = 5,25, \sigma = 2,07, \beta = 0,139,$ $N_{гв} = 8,2 \cdot 10^8, \beta^{\max} = 0,050, \beta^{\min} = -0,095.$	$(W_{пор})_j, доли$											
	$W_{пор} = 0,40$											
	$W_{пор} = 0,25$											
	$(W_p)_j, доли$											
	$W_{пор} = 0,48$											
	$W_{пор} = 0,40$											
	$W_{пор} = 0,25$											
	$(N_{гв})_j$											
	$W_{гв} = 0,52$											
	$W_{гв} = 0,60$											
$\beta_j^{\max}$												
$W_{гв} = 0,40$												
$\beta_j^{\min}$												
<p>Песок мелкозернистый (обр. 1.3.3)</p> $\delta V_{гв} = 10^{-5}, M^3; K_{неодн} = 3,13;$ $Ma^* = \sum(G_{гв})_j, j = 4, 19; \sigma^* = 0,7, \beta^* = 0,056;$ для $W_p = 0,4;$ $Ma = 3,17, \sigma = 1,096, \beta = 0,115,$ $N_{гв} = 3,3 \cdot 10^6, \beta^{\max} = 0,027, \beta^{\min} = -0,075.$	$(G_{гв})_j, доли$											
	$W_{пор} = 0,40$											
	$W_{пор} = 0,25$											
	$(W_p)_j, доли$											
	$W_{пор} = 0,40$											
	$W_{пор} = 0,25$											
	$(N_{гв})_j$											
	$W_{гв} = 0,60$											
	$\beta_j^{\max}$											
	$W_{гв} = 0,25$											
$\beta_j^{\min}$												

*Примечание.* При полном влагонасыщении ( $W_p = W_{гв})_j$  всасывающее давление  $R_{вс} = 0$ .

0,002 мм наиболее резко проявляются характерные свойства: увеличивается емкость поглощения и гидрофильность, повышается влагоемкость, пластичность, уменьшается водопроницаемость и т. д. Пылеватые (алевритовые) частицы размером 0,002—0,05 мм по своему составу и свойствам существенно отличаются как от глинистых, так и песчаных. В них обычно преобладает кварц. Форма пылеватых частиц приближается к сферической, в зависимости от условий образования они имеют различную степень окатанности. При увлажнении эти частицы теряют свою незначительную связность и приобретают подвижность. Поэтому они легко размокают и быстро переходят в плавунное состояние, а при промерзании склонны к пучению. Песчаные (псаммитовые) частицы размером 0,05—2,0 мм, а также гравийно-галечные и другие крупнообломочные (псефитовые) частицы состоят из обломков минералов и пород. Они могут быть окатанными или угловатыми, невлагоемкими, водопроницаемыми, обладают хорошей водоотдачей. Капиллярные свойства и влагоемкость проявляются только у тонко-, мелко- и отчасти у среднезернистых частиц.

В природе монодисперсные породы редки. В зависимости от относительного содержания в породе тех либо иных фракций можно говорить о степени ее однородности или неоднородности, а также соответственным образом классифицировать, выделяя глины, суглинки, супеси, пески, подразделяющиеся, в свою очередь, на тяжелые, средние, легкие, крупно-, средне- и мелкозернистые, пылеватые разности и т. д. В частности, тонкозернистые пески (фракции размером 0,1—0,05 мм более 50%) широко распространены среди морских, лагунных, озерных, аллювиальных и отчасти флювиогляциальных отложений.

В составе грубозернистой части глин преобладают реликтовые минералы (кварц, полевые шпаты, слюды, карбонаты и др.). Тонкодисперсная часть обычно содержит мало первичных продуктов механического разрушения, а состоит из продуктов химического разложения различных горных пород, в том числе переотложенных. В глинистых породах встречаются водорастворимые соли: кальций, гипс, галит и др. В их составе

отмечены примеси органики, усиливающие коллоидные свойства пород. Из глинистых минералов наиболее часто встречаются каолинит, гидрослюда, бейделлит и монтмориллонит. Главными компонентами в составе глин являются  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{H}_2\text{O}$ . Содержание химически связанной воды (цеолитной, констатационной, кристаллизационной) изменяется от 3—5 до 12—15%.

При возрастающей шкале размеров частиц мерой неоднородности гранулометрического состава служит, в частности, коэффициент неоднородности [10]:

$$K_{\text{неод}} = \frac{d_{60}}{d_{10}},$$

где  $d_{60}$  — контролирующий размер частиц, мм;  $d_{10}$  — эффективный размер частиц, меньше которого в породе имеют 10% всех частиц. Характерный коэффициент неоднородности глинистых пород изменяется от 2 до 15.

В ряде случаев частицы осадочных горных пород связаны карбонатным, глинистым, гипсовым, кремнистым, кварцевым и другим цементом, а также засолены. Хотя методы учета цементирующего материала и растворимых солей достаточно надежные, однако эти факторы несомненно влияют на достоверность гранулометрического анализа.

Судя по литературным данным [1, 7], характерная общая пористость осадочных горных пород разного возраста и уплотнения изменяется так: для песков — от 14,7 до 51%, для песчаников — от 0,9 до 37%, для алевритов — от 3,1 до 42,3%, глин — от 16,0 до 55%, глинистых сланцев — от 1,1 до 44,8%, известняков и мела — от 0 до 54%, доломитов — от 6,1 до 54%, лессов — от 4 до 55%, для илов — от 48,6 до 51,9%. Молекулярная влагоемкость определяется наличием так называемой адсорбционной и рыхлосвязанной воды. Адсорбционная способность разных минеральных частиц (меньше  $10^{-6}$  м) изменяется от 0,87 (кварц) до 47,9 вес.% (биотит); гигроскопическая влагоемкость кварцевых частиц — от 0,02 (размер 0,1—0,05 мм) до 0,86 (размер < 0,001 мм).

Плотность сухого грунта  $\rho_{\text{г}}$  составляет 1,2—2,77 кг/см<sup>3</sup>; плотность  $\rho_{\text{гв}}$  — 2,35—3,45 кг/дм<sup>3</sup>, в частности кварца — 2,60—2,65 кг/дм<sup>3</sup>. Чаще всего число взаимных контактов зерен составляет 4—6.



Напомним, что наиболее плотно упакованные гексагональная и кубическая структуры из одинаковых твердых шаров с координационным числом контактов 12 обладают поровым одинаковым минимальным пространством:  $W_{\text{пор}} = 24,5\%$  и  $W_{\text{тв}} = 75,5\%$ . При этом структура "шар в кубе" имеет максимальное поровое пространство при координационном числе контактов 6, равное  $W_{\text{пор}} = 47,6\%$  и  $W_{\text{тв}} = 52,4\%$  [1, 7]. Повидимому, пористость менее 10—20% указывает на трещиноватость.

Безусловно, упаковка, размер и форма частиц осадочных отложений определяются условиями их образования и преобразования. С физико-химической точки зрения преобразование частиц всегда направлено на уменьшение их взаимосвязи за счет уменьшения их поверхности и удельных поверхностных сил в соответствии с изменяющимися термодинамическими условиями.

Важным преимуществом рассматриваемой зависимости объемного влагосодержания от всасывающего давления является то, что она предусматривает учет традиционных "эффективной" пористости и "закрытых" пор.

*Детерминистический характер* рассматриваемого параметра  $W_p$  ( $\rho_{\text{ис}}$ ) прежде всего доказывается возможностью применения в детерминированных всеобщих уравнениях сохранения массы и количества движения, а также натурными и лабораторными опытами (наблюдениями и экспериментами), результаты которых однозначно обрабатываются со 100%-ной вероятностью с определенной точностью.

Напомним в нашем обозначении применяемые детерминированные формулы обработки гранулометрического и минерального составов для полидисперсных грунтов:

$$\delta V_{\text{гр}} = \delta V_{\text{тв}} + \delta V_p + \delta V_{\text{возд}} = \delta V_{\text{тв}} + \delta V_{\text{пор}},$$

$$\delta V_p = \delta V_{\text{пор}} - \delta V_{\text{возд}},$$

$$m_{\text{гр}} = m_{\text{тв}} + m_p + m_{\text{возд}},$$

$$\rho_{\text{гр}} \delta V_{\text{гр}} = \rho_{\text{тв}} \delta V_{\text{тв}} + \rho_p \delta V_p + \rho_{\text{возд}} \delta V_{\text{возд}},$$

где  $V$ ,  $m$ ,  $\rho$  — соответственно объем, масса, плотность отдельных гомогенных частей и грунта в целом,  $\text{м}^3$ ,  $\text{кг}$ ,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ; гр, тв, р, возд, пор — индексы, указывающие на грунт, твердую фазу, жидкий водный раствор, под-

земный воздух, поры; доли, %;  $\delta$  — индекс компетентности. В общем случае жидкая водная фаза может включать химически связанную воду в твердых минералах, а также рыхлосвязанную (молекулярно-гигроскопическую) и так называемую гравитационную.

Разделив члены предыдущего уравнения на  $\delta V_{\text{гр}}$ , получим относительные значения соответствующих объемов ( $W$ ):

$$1 = W_{\text{тв}} + W_p + W_{\text{возд}} = W_{\text{тв}} + W_{\text{пор}},$$

$$\rho_{\text{гр}} = \rho_{\text{тв}} W_{\text{тв}} + \rho_p W_p + \rho_{\text{возд}} W_{\text{возд}}.$$

Заведомо пренебрегая массой воздуха, определим

$$W_{\text{пор}} = (1 - W_{\text{тв}}) = 1 - \frac{\rho_{\text{гр}}}{\rho_{\text{тв}}} + \frac{\rho_p}{\rho_{\text{тв}}} W_p,$$

$$\rho_p = \sum_{i=1}^N \rho_k + \rho_{\text{H}_2\text{O}}.$$

Если  $\frac{\rho_p}{\rho_{\text{тв}}} = 0$ , то для абсолютно сухого

$$\text{грунта } W_{\text{тв}} = \frac{\rho_{\text{гр}}}{\rho_{\text{тв}}}.$$

При полном насыщении водой  $W_{\text{пор}} = W_p$ . Если грунт полиминеральный, то

$$\rho_{\text{тв}} = \frac{\sum_{j=1}^N (\rho_{\text{тв}})_j \cdot (\delta V_{\text{тв}})_j}{\delta V_{\text{тв}}}.$$

В случае практического равенства количества пор количеству твердых частиц

$$\sum_{j=1}^{10} [(G_{\text{тв}})_j \cdot W_{\text{тв}} + (G_{\text{пор}})_j \cdot W_{\text{пор}}] = 1.$$

Это равенство справедливо, когда  $(G_{\text{тв}})_j = (G_{\text{пор}})_j$ .

Отсюда  $(W_{\text{пор}})_j = (G_{\text{тв}})_j$ , так как  $(W_{\text{пор}})_j = (G_{\text{пор}})_j \times W_{\text{пор}}$ , а  $(G_{\text{тв}})_j = \frac{(W_{\text{тв}})_j}{W_{\text{тв}}}$ ,  $\sum (G_{\text{тв}})_j = 1$ .

Для оценки всасывающих давлений ( $\rho_{\text{вс}}$ ) предложена детерминированная формула, основанная на уравнении Лапласа и позволяющая со 100%-ной вероятностью функционально оценить ( $\rho_{\text{вс}}$ ) в зависимости от  $(r_{\text{кар}})_{\text{эф}} = f[(r_{\text{тв}})_j]$ .

Учитывая логическую причинную связь определенных допущений, мы доказали максимально возможное изменение последующего ( $r_{\text{каг}}$ ) в пределах от 0,1 до 1,0 ( $r_{\text{та}}$ ). Подробнее см. работу [18]. Здесь же предлагаются поправки за счет влияния температуры на поверхностное натяжение поровой влаги и щелевой характер капилляра.

Для определения количества твердых  $N_j$  частиц в  $j$ -м фракционном составе компетентного объема грунта предлагается следующая формула:

$$(N_{\text{тв}})_j = \frac{(G_{\text{тв}})_j \cdot W_{\text{тв}} \cdot \delta V_{\text{гр}}}{\frac{4}{3} \pi \cdot (r_{\text{тв}})_j^3}.$$

В математике единственным требованием к понятию достоверности является рассматриваемый признак детерминизма [2]. Учитывая возможности этой научной дисциплины с точки зрения количественных исследований, воспользуемся ее теорией вероятности, а также приемами математической статистики [2, 5]. Однако прежде всего рассмотрим средние значения и выборки элементарных величин, исходных для расчетов. Так, чем больше выборка, тем *точнее* средние значения характеризуют определяемую величину. Особо обращаем внимание на то, что если определяемые средние размеры каких-либо разной формы объемов частиц, то средние объемы с увеличением выборки наиболее вероятно *приближаются к однородному шарообразному объему* со средним так называемым эффективным радиусом, который удобно использовать в дальнейших вычислениях с минимальной ошибкой. Такой вывод доказывается исследованиями на молекулярном уровне, в частности классическими газовыми законами [1, 2, 21]. Подтвержден его детерминированный характер. Успешный опыт использования теории вероятности для обработки результатов гранулометрического анализа освещен в работах [11, 12].

Рассмотрим возможность применения теории вероятности в нашем случае для оценки ОГФ. При определении фракционного состава твердых частиц, в частности ситовым и гидравлическим методами, находим  $(G_{\text{тв}})_j$ , т. е. доленое (процентное) содержание разной формы частиц, которые можно рас-

сматривать как частоту их появления в некоторых интервалах размеров. Кстати, частота — это суть вероятности, а  $\sum(G_{\text{тв}})_j = 1$ , указывающая на детерминизм, т. е. на достоверное значение и возможность применения различных вероятностных законов [2, 5].

Наиболее содержательной является непрерывная функция нормального распределения (распределения Гаусса) [5], основанная на экспоненциальной функции (характерной для многих природных явлений) и позволяющая оценить основные вероятностные параметры: математическое ожидание ( $M_a$ ), дисперсию ( $\sigma^2$ ), среднее квадратичное отклонение и другие моменты более высокого порядка. Дискретная функция распределения обычно отображается в виде

гистограммы. Отметим, что  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = 1$  —

это так называемый интеграл вероятности.

Теперь обратим особое внимание на то, что рекомендуемая нами методика использования со 100%-ной корреляцией  $(G_{\text{тв}})_j$  для оценки  $(W_{\text{тв}})_j$ , а затем ОГФ, т. е.  $W_{\text{д}}(p_{\text{вс}})_j$  согласно приведенной формуле, взаимозависит от  $(N_{\text{тв}})_j$  твердых частиц грунта. Возникает вопрос: можно ли использовать вероятностные функции распределения для критериальной оценки рассматриваемого второго признака достоверности? Неопределенность численного значения пределов интегрирования в виде  $\pm \infty$  в предыдущей формуле не позволяет это строго выполнить. Эксперименты же не всегда могут дать положительный результат из-за проявления случайных ошибок без доказательства этой случайности.

Чтобы положительно ответить на поставленный вопрос, будем рассуждать следующим образом. Во-первых, допустим, что в результате опытов, в частности согласно работе [12], мы получили достоверные результаты, исключая случайную ошибку. Рекомендуемые здесь методы гранулометрического анализа согласованы с требованиями теории вероятности. К тому же применение нами рекомендуемого дискретного параметра ОГФ оказалось пригодным с точки зрения вычислительной устойчивости [17]. Во-вторых, напомним, что фракционное усреднение размеров (линейное или нелинейное, например, логарифмическое) увеличивает точность

и условно упрощает форму частиц до шарообразности в зависимости от количества этих неоднородных частиц. Это значит, что, чем сложнее частицы, тем больше их потребуются. Если они одинаковы по размеру и шарообразны, то вообще достаточно одной частицы. Наиболее вероятно, что для одинакового размера окатанных частиц потребуется меньшее их количество, чем для более сложной формы частиц.

Теперь воспользуемся математическим ожиданием, в частности, используя гистограмму в координатах  $(G_{тв})_j \cdot (r_{тв})_j$  — ордината и  $r_{тв}$  — абсцисса:

$$\begin{aligned} Ma^{**} = (r_{тв})_{ср} &= \frac{\sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j \cdot (r_{тв})_j}{\sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j} = \\ &= \sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j \cdot (r_{тв})_j, \text{ так как } \sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Отсюда } N_{гп} = \frac{W_{тв} \cdot \delta V_{гп}}{\frac{4}{3} \pi \cdot (Ma^*)^3}. \text{ Кстати, есть}$$

смысл оценить математическое ожидание по-иному:

$$Ma^* = \frac{\sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j \cdot j}{\sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j} = \sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j \cdot j.$$

Затем по  $(G_{тв})_{ср}$  определяем  $(r_{тв})_{ср}$ .  
Дисперсия равна

$$(\sigma^*)^2 = \sum_{j=1}^{10} (G_{тв})_j \cdot [(r_{тв})_j - Ma^*]^2,$$

где  $\sigma^*$  — так называемая средняя квадратичная ошибка.

Интерпретируя наш практический опыт, а также утверждения Е. С. Вентцель [5] и Л. Б. Рухина [12], ссылаясь на работу [21], можем утверждать, что наиболее вероятно так называемая практическая достоверность наступает для компетентного объема образца грунта при  $N_{гп} \geq n \cdot 10^3$ , а для каждой фракции "j" при  $(N_{тв})_j \geq n \cdot 10^2$ ,  $n = 0,5-10$ , а также количестве фракции свыше 10. Именно указанные значения можно в первом приближении принять в виде критериев на данном уровне изученности поставленного вопроса.

*Компетентные объемы (времена).* Это размеры (физические точки) исследуемой

среды, свойства которых можно достоверно использовать для количественного анализа реальных природных гидрогеологических процессов. Более подробно наше представление изложено в ряде авторских работ [14 и др.]. Некоторые соображения высказаны в публикации [4], например, о величине такого объема, равного 100-кратному увеличению размера наибольшей поры. В целом, этот проблемный вопрос весьма слабо изучен. Хотя, судя по нашим опытным исследованиям типовых для Украины литологических разностей четвертичных осадочных пород, особенно суглинков и лессов, в первом приближении  $\delta V_{гп}$  можно оценить так: суглинки —  $10^{-3} \text{ м}^3$  ( $1 \text{ дм}^3$ ), некоторые глины и однородные пески —  $10^{-5} \text{ м}^3$  ( $10 \text{ см}^3$ ), супеси и глины —  $10^{-4} \text{ м}^3$  ( $100 \text{ см}^3$ ). Несомненно, размеры  $\delta V_{гп}$  могут быть в первом приближении оценены согласно ранее предлагаемым формулам.

С компетентными временами мы сталкиваемся при гидравлическом методе определения глинисто-алевритовых частиц, когда компетентность времени оценивается по уточненной формуле Стокса [11, 12].

*Контролируемая точность рекомендуемого параметра ОГФ.* Прежде всего отметим, из-за чего могут возникать ошибки. Основными источниками их появления являются, во-первых, приборная точность, а также применяемые методы обработки первичных результатов лабораторных опытов и наблюдений, во-вторых, особенности математического описания (дискретного или непрерывного) рассматриваемого нелинейного параметра, пригодного для дальнейших исследований.

Прежде, чем критически анализировать рассматриваемый признак достоверности, подчеркнем, что детерминированный подход не исключает появления такого характера погрешностей, определяющихся закономерными причинами, в частности точностью применяемых приборов в ряде случаев даже стохастических (вероятностных), например, за счет случайных не одинаковых дырок в стандартных просеивающих ситах. Обычно роль последних резко проявляется при повторных лабораторных анализах и легко устранима.

Отметим, что в определенной зависимости  $W_p(\rho_{вс})$  при  $\rho_{вс} = 0$  наиболее чувстви-

тельной с точки зрения повышенных требований к точности является кривая вблизи полной влагоемкости, точнее  $W_{пор}$ . Напомним, что она вполне надежна в термовесовых определениях с учетом компетентного объема образца, но трудно определяется в натуральных ненарушенных условиях.

Современные методы математической обработки вполне обеспечивают требуемую точность определяемых первичных опытных данных. Судя по методическим рекомендациям [2, 11, 12] и нашим эпизодическим контрольным проверкам, мы можем оценить основные требуемые величины (плотность, общую пористость, фракционный состав твердых частиц, наконец, фракционные объемные содержания) с точностью трех значащих цифр, а всасывающие давления с точностью двух значащих цифр. Сказанное прежде всего подтверждается инструктивными требованиями к приборной точности и учету поправок и применяемых формул (0,01 г/см<sup>3</sup>, 0,5°С, компетентных объемов (времен) образцов [12]). Хотя у нас есть претензия к инструктивным компетентным объемам образцов, особенно подобных легким суглинкам, которые должны быть увеличены в соответствии с нашими требованиями. Конечно, математическая обработка весьма желательна и должна хотя бы показательно-выборочно сопровождаться не только оценкой математического ожидания (простой средней ошибкой), но и оценкой стандарта (среднеквадратичной ошибкой), равной корню квадратному из дисперсии, а также мерой точности

$$h = \frac{1}{\sigma \sqrt{2}} \text{ и др. [1, 2, 5, 11, 12].}$$

Кстати, показателем точности исследований может служить формула

$$\beta = \frac{\sigma}{Ma \sqrt{n}} \quad (n = 10),$$

а близость значений  $\sigma$  и

$$\frac{1,2553 \cdot \sum \left| \left[ (r_{ТВ})_j \cdot (G_{ТВ})_j - Ma \right] \right|}{n}$$

указывает на нормальный закон распределения ошибок [10, 14].

В вычислениях надо обязательно придерживаться общих правил приближенных

вычислений (округлений, действий со значащими цифрами и др.) [1, 2].

Согласно нашим рекомендациям мы получаем в результате лабораторного гранулометрического анализа дискретную так называемую кумулятивную зависимость  $W_p(\rho_{вс})_j$  по 10 точкам [12]. При необходимости превращения ее в непрерывную с контролируемой точностью предлагается использовать прежде всего, если возможно, экспоненциальную нормальную зависимость распределения. Если это не удастся, то применить формулу парабол (Симсона) или интерполяционные формулы, в частности Стирлинга (их недостаток — сложность и сильное влияние округлений), а также формулы из работы [6]. Отметим, что дискретная форма кривой ОГФ с линейной интерполяцией между функциональными узлами (точками) была успешно применена нами для устойчивых прогнозных решений нелинейного влагопереноса [17].

Закончим рассмотрение точности как важного признака достоверности утверждением, что лабораторные опыты имеют ряд преимуществ, в частности относительно более широкий диапазон факторного применения и обычно они менее дорогостоящие по сравнению с натурными исследованиями. Однако достоверность их применения для характеристики реальных природных сред из-за сложности условий требует надежных доказательств, так как отбор проб для лабораторных анализов связан с непредугадываемыми погрешностями за счет нарушения натуральных взаимосвязей. Этот проблемный вопрос строго не решен даже теоретически. Поэтому пока единственными способами его разрешения служит сравнение с натурными экспериментами и наблюдениями (точнее, решение обратных задач по расходам влаги и всасывающим давлениям, водно-балансовые расчеты), а также решение тестовых эпигнозных и прогнозных задач. Без сомнения, нельзя забывать, что натурным опытам и математическому моделированию также свойственны трудно оцениваемые погрешности. Однако сравнение с последними необходимо проводить хотя бы выборочно.

Конечно, целесообразно сравнение с определенными ОГФ иными методами, а также применение ранее указанного косвенного первого признака достоверности. Нами пока предварительно сравнивались



$W_p(p_{bc})$ , определенные гидрофизическим методом на компетентных образцах и в натуре, в частности [3]. Результаты сравнения подтвердили их сходство.

### **Предлагаемая концепция оптимистического и пессимистического решений**

Эта концепция основана на применении крайне возможных параметров механизмов (законов состояния), определяющих существующее и прогнозное состояние изучаемой среды, в частности, почвогрунтов. Оптимистический и пессимистический характер прежде всего обусловлен целенаправленностью проводимых исследований и их требуемой точностью. Указанная концепция вполне приемлема для оценки рекомендуемой ОГФ. Чаще всего приходится использовать литературный и фондовый материал о фракционном и минеральном составе образцов грунтов, без информации об особенностях методики лабораторных анализов, подтверждающих представление о компетентности, детерминированности и погрешностях. Поэтому нами были предусмотрены безразмерные поправочные коэффициенты  $\alpha = 1 \div 10$  и дополнительный учет возможного гистерезиса, соответствующие определенным допущениям и отражающие разный характер нелинейной зависимости объемного влагосодержания от всасывающего давления [18, 19]. Предварительный сравнительный анализ с реальными опытными определениями указывает на характерное  $\alpha = 5$  и определение  $p_{bc}$  по  $(r_{TB})_j$ . Таким образом, имея определенное целевое задание, можно рекомендовать меньшие или большие значения поправок или крайние решения в соответствии с определенным диапазоном  $\alpha$ . Таким же образом можем поступить с полной влагоемкостью (пористостью), задаваясь определенным одним или двумя крайними значениями, предугадывая, что истинное значение находится в пределах заданного интервала.

Доверительный интервал значений  $W_p(p_{bc})$  принципиально может быть обоснован согласно интерпретации сути исследуемых гидрогеологических процессов. Очевидно, что научная и производственная направленности работ требуют различную

точность решений, а значит, определяют разные погрешности исходного параметра.

В заключение с целью критического анализа приведем сводную таблицу численных результатов дискретных определений нелинейного параметра  $W_p(p_{bc})_j$  на основе десятифракционного гранулометрического состава с учетом основных показателей, предусмотренных теорией вероятности и математической статистики.

В приведенной таблице, в дополнение к работе [18], представлены гранулометрические составы трех образцов характерных грунтов с одновершинной кривой распределения (мелкозернистые пески) и двухвершинными кривыми распределения фракционного состава  $(G_{TB})_j$  (глины и суглинки). В ней показано, как дискретные значения объемного влагосодержания изменяются от разной исходной пористости  $W_{пор}$ , а также как при этом изменяется условное расчетное количество частиц в каждой фракции и в целом в образцах. Кроме этого, для каждого образца даны значения основных статистических показателей, рассчитанных математически или определенных на основании гистограмм [2, 5, 8, 12]. Графики гистограмм не приводятся из-за ограничения объема статьи.

Представленные показатели, несомненно, повышают достоверность проведенных исследований как с качественной точки зрения, в частности, позволяя строго систематизировать грунты, так и количественной, нацеливая на определение точности рекомендуемого параметра  $W_p(p_{bc})$ . В частности, в виде примера в таблице представлена относительная точность отдельных дискретных фракционных кумулятивных значений объемного влагосодержания для суглинков в случае линейной интерполяции и принятия рекомендуемых величин за истинные в соответствии с формулами:

$$\beta_j^{\max} = \frac{(W_p)_j^{\max} - (W_p)_j}{(W_p)_j},$$

$$\beta_j^{\min} = \frac{(W_p)_j^{\min} - (W_p)_j}{(W_p)_j},$$

$$(W_p)_j^{\max} = \frac{(W_p)_j + (W_p)_{j-1}}{2},$$

$$(W_p)_j^{\min} = \frac{(W_p)_j + (W_p)_{j+1}}{2},$$

$$\beta^{\max} = \frac{\sum_{j=1}^{10} S_j^{\max} - \sum_{j=1}^{10} S_j}{\sum_{j=1}^{10} S_j},$$

$$\beta^{\min} = \frac{\sum_{j=1}^{10} S_j^{\min} - \sum_{j=1}^{10} S_j}{\sum_{j=1}^{10} S_j},$$

$$S_j = (r_{\max} - r_{\min})_j \cdot (W_p)_j,$$

$$S_j^{\max} = (r_{\max} - r_{\min})_j \cdot (W_p)_j^{\max},$$

$$S_j^{\min} = (r_{\max} - r_{\min})_j \cdot (W_p)_j^{\min}.$$

Таким образом, формула нелинейной зависимости объемного влагосодержания от всасывающего давления, рекомендуемая нами в виде параметра для совместного учета фильтрации при полном насыщении влагой и влагопереноса в ненасыщенных грунтах, полностью отвечает предлагаемой критериальной оценке достоверности исследований и позволяет применить разрабатываемую нами концепцию пессимистических и оптимистических результатов прогнозных решений об изменении состояния влаги в осадочных грунтах.

1. Браун Т., Лемей Г. Ю. Химия — в центре наук. — М.: Мир, 1983. — Ч. 1. — 447 с.; Ч. 2. — 520 с.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. — М.: Наука, 1964. — 608 с.
3. Бугай Д. А., Джебел С. П., Скальский А. С., Н. Ван Меер, Годе Ж. П. Определение фильтрационных параметров водонасыщенных песчаных грунтов с помощью лабораторных и полевых методов // Геол. журн. — 2008. — № 4. — С. 99—105.
4. Бэр Я., Заславски Д., Ирней С. Физико-математические основы фильтрации воды. — М.: Мир, 1971. — 452 с.
5. Вентцель Е. С. Теория вероятности. — М.: Высш. шк., 1998. — 575 с.
6. Водолазкий В. И. Математическая замена обобщенных нелинейных зависимостей объемного влагосодержания и коэффициентов влагопереноса от всасывающих давлений // Геол. журн. — 2009. — № 2. — С. 86—91.
7. Геологический словарь. — М.: Недра, 1973. — Т. 2. — 456 с.

8. Логвиненко Н. В., Сергеева Э. И. Методы определения осадочных пород. — Л.: Недра, 1986. — 238 с.
9. Ломтадзе В. Д. Инженерная геология. — Л.: Недра, — 1984. — 511 с.
10. Ломтадзе В. Д. Физико-механические свойства горных пород. — Л.: Недра, 1990. — 327 с.
11. Марков А. Б., Преснухин В. И., Казаков Ю. М. Оценка основных инженерно-геологических параметров песчано-глинистых пород. — Душанбе: "Дониш", 1979. — 132 с.
12. Методы изучения осадочных пород. — М.: Госгеолтехиздат, 1957. — Т. 1. — 611 с.
13. Орнатский Н. В. Механика грунтов. — М.: Изд-во МГУ, 1962. — 447 с.
14. Ситников А. Б. Водная равновесная и неравновесная миграция веществ (радионуклидов) в почвогрунтах. — Киев: Фитоцентр, 2003. — 168 с.
15. Ситников А. Б. Достоверность миграционных гидрогеологических исследований. Ст. 1. Проблемные вопросы, физико-химическая сущность // Геол. журн. — 2006. — № 1. — С. 38—46.
16. Ситников А. Б. Достоверность миграционных гидрогеологических исследований. Ст. 2. Причинная обусловленность, компетентные размеры // Там же. — № 4. — С. 91—98.
17. Ситников А. Б. Рекомендуемая методика математического моделирования нелинейного влагопереноса в ненасыщенно-насыщенных грунтах // Там же. — 2009. — № 2. — С. 77—85.
18. Ситников А. Б. Рекомендуемые расчетные формулы оценки обобщенной нелинейной зависимости объемного влагосодержания грунтов от всасывающего давления // Там же. — 2008. — № 1. — С. 87—97.
19. Ситников А. Б. Рекомендуемые расчетные формулы обобщенного коэффициента влагопереноса и фильтрации ненасыщенно-насыщенных грунтов // Там же. — 2007. — № 2. — С. 98—100.
20. Справочное руководство по петрографии осадочных пород. — Л.: Гостоптехиздат, 1958. — Т. 1. — 485 с.
21. Физический энциклопедический словарь. — М.: Сов. энцикл., 1984. — 944 с.

Ин-т геол. наук НАН Украины,  
Киев  
E-mail: geol@bigmir.net

Статья поступила  
10.02.10